

MATEMATICA E STATISTICA — CORSO B
PROF. MARCO ABATE

TERZO COMPITINO

30 marzo 2007

Nome e cognome

Matricola

ATTENZIONE: il testo del compito è su due pagine.

ISTRUZIONI: Non sono ammesse calcolatrici, libri di testo, cellulari, computer, dispense... Sono ammessi solo appunti scritti di proprio pugno.

Giustificare tutte le risposte. Risposte del tipo “0.5” o “No” non saranno valutate anche se corrette.

Per superare la prima parte non bisogna sbagliarne più di un terzo; per superare la seconda parte bisogna farne almeno metà. Perché il compitino sia sufficiente occorre che siano sufficienti sia la prima che la seconda parte. In particolare, se la prima parte è insufficiente l'intero compitino è insufficiente (e la seconda parte non viene corretta).

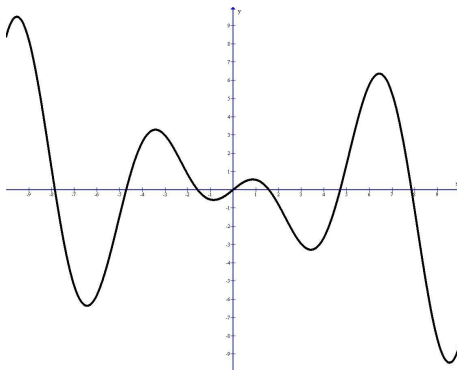
In caso di copiatura accertata sia durante il compito sia durante la correzione saranno annullati sia il compito di chi ha copiato sia il compito di chi ha fatto copiare.

1. PARTE I

Esercizio 1.1. Stabilire (giustificando la risposta) se la funzione $2x^3 + x$ è crescente o meno.

Esercizio 1.2. Stabilire (giustificando la risposta) quali delle seguenti funzioni può avere un grafico come quello in figura:

- (1) $x \cos(x)$
- (2) $x^2 \cos(x)$
- (3) $x \sin(x)$
- (4) $x^2 \sin(x)$



Esercizio 1.3. Calcolare il seguente integrale definito:

$$\int_0^1 (3x^2 - 1) dx .$$

2. PARTE II

Esercizio 2.1. *Ipotesi biologiche sulla crescita di una popolazione di batteri suggeriscono che il numero $N(x)$ di individui nella popolazione al tempo x segua un andamento dato da:*

$$N(x) = \frac{e^{2x}}{2x+1}$$

Studia la funzione $N(x)$ (anche per $x < 0$) disegnandone il grafico.

Esercizio 2.2. *Trova la funzione lineare e quella quadratica che meglio approssimano nel punto $x = 0$ la seguente funzione:*

$$f(x) = x \sin(x)$$

Esercizio 2.3. *Considera una variabile aleatoria X con funzione di distribuzione:*

$$P\{X \leq t\} = \begin{cases} 0 & \text{se } t \leq 0 \\ t & \text{se } 0 \leq t \leq \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2}t + \frac{1}{4} & \text{se } \frac{1}{2} \leq t \leq \frac{3}{2} \\ 1 & \text{se } t \geq 1 \end{cases}$$

Trova:

- (1) *la densità di probabilità $f(t)$;*
- (2) *la media (valor medio, valor atteso) $E(X)$ di X ;*
- (3) *la varianza $\text{Var}(X)$ di X .*